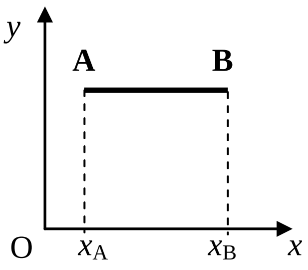
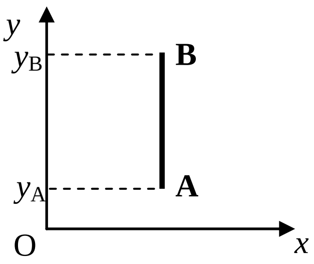
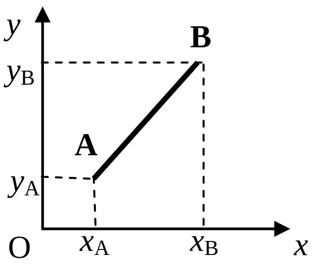
K.I.M. - Geometria analitica

A cura di Padovan Claudio (v. 2.0)

Distanza tra due punti





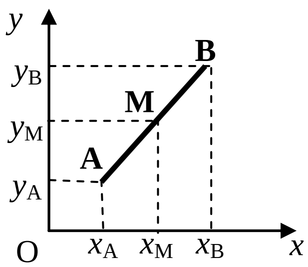


d=$|x_B - x_A|$

d=$|y_B - y_A|$

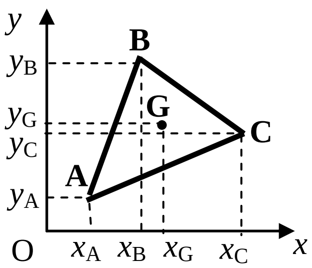
d=$\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Punto medio di un segmento



$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

Baricentro di un triangolo



$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

Area triangoli

A=$\dfrac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = \dfrac{1}{2} \cdot \left| x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B) \right|$

A=$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ *Formula di Erone (con p=semiperimetro e a,b,c=lunghezza lati)*

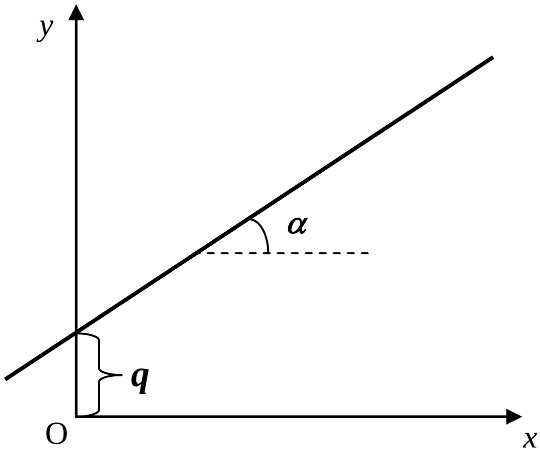
Asse tra due punti A(x_A,y_A) e B(x_B,y_B): $(x_A - x)^2 + (y_A - y)^2 = (x_B - x)^2 + (y_B - y)^2$

Bisettrici tra due rette *ax+by+c=0* e *a'x+b'y+c'=0*: $\dfrac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \pm \dfrac{a'x + b'y + c'}{\sqrt{a'^2 + b'^2}}$

Rette

Equazione generale: $ax + by + c = 0$

Equazione canonica: $y = mx + q$ $\quad (m = -\frac{a}{b}$ e $q = -\frac{c}{b})$



Coefficiente angolare: $m = \tan\alpha$

Retta per un punto P(x_P,y_P) e con coefficiente angolare *m*: $y - y_P = m(x - x_P)$

Retta per due punti $P_1(x_1,y_1)$ e $P_2(x_2,y_2)$: $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

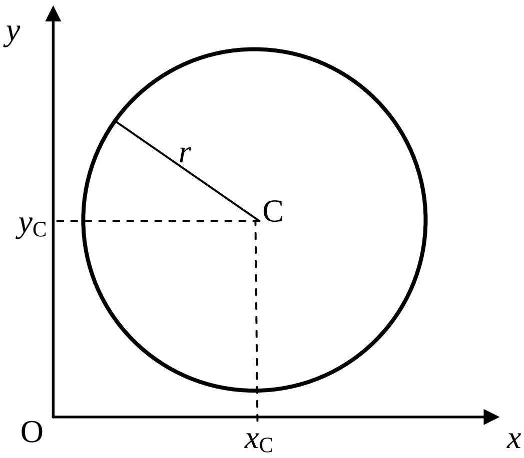
Coefficiente angolare dati due punti: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Distanza tra un punto P(x_P,y_P) una retta $ax+by+c=0$: $d = \frac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Perpendicolarità: $m = -\frac{1}{m'}$ Parallelismo: $m = m'$ (*m* e *m'* coefficienti angolari di due rette)

Circonferenze

Equazione generale: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$



Coordinate del centro C: $\begin{cases} x_C = -\frac{a}{2} \\ y_C = -\frac{b}{2} \end{cases}$

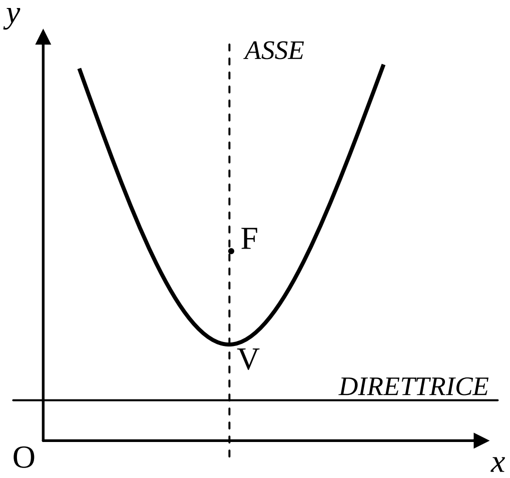
Raggio: $r = \sqrt{x_C{}^2 + y_C{}^2 - c} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4 \cdot c}$

Circonferenza dato centro C(x_C,y_C) e raggio r: $(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = r^2$

Intersezione retta e circonferenza: $\begin{cases} \Delta>0 & \text{Secanti} \\ \Delta=0 & \text{Tangenti} \\ \Delta<0 & \text{Esterne} \end{cases}$

Asse radicale tra due circonferenze: $(a - a')x + (b - b')y + (c - c') = 0$

Parabole



Equazione generale: $y = ax^2 + bx + c$

$a>0$	$\longrightarrow$	concavità verso l'alto
$a=0$	$\longrightarrow$	degenerazione in retta
$a<0$	$\longrightarrow$	concavità verso il basso
$b=0$	$\longrightarrow$	asse simmetria = asse *y*
$c=0$	$\longrightarrow$	O(0,0) appartiene alla parabola
$b=c=0$	$\longrightarrow$	O(0,0) è il vertice della parabola

Definizione del delta: $\Delta = b^2 - 4ac$

Coordinate del vertice V: $\begin{cases} x_V = -\dfrac{b}{2a} \\ y_V = -\dfrac{\Delta}{4a} \end{cases}$

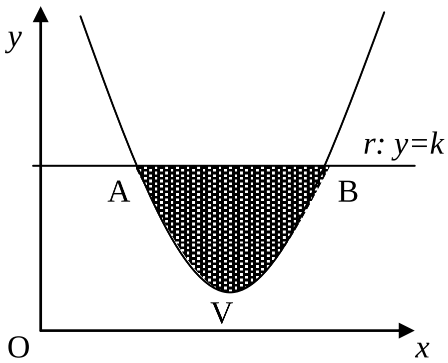
Coordinate del fuoco F: $\begin{cases} x_F = -\dfrac{b}{2a} \\ y_F = \dfrac{1-\Delta}{4a} \end{cases}$

Equazione dell'asse di simmetria: $x = -\dfrac{b}{2a}$

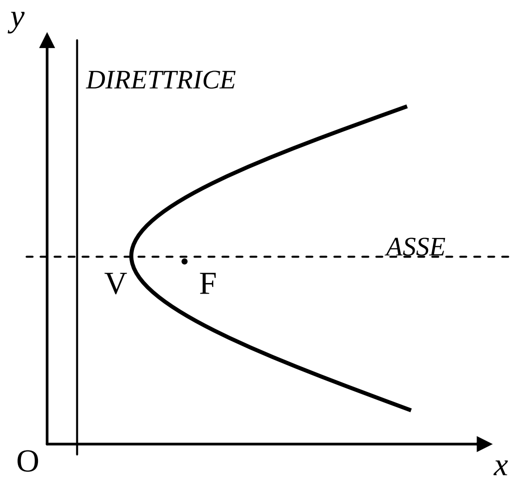
Equazione della direttrice: $y = -\dfrac{1+\Delta}{4a}$

Area tra una parabola e retta *r: y=k*: A= $\dfrac{2}{3}\left|d_{AB} \cdot d_{V-r}\right|$

con $d_{AB} = |x_B - x_A|$ e $d_{V-r} = |y_V - k|$



N.B.: <u>Parabole con asse di simmetria parallelo ad asse *x*</u>



Equazione generale: $x = ay^2 + by + c$

$a>0$	$\longrightarrow$	concavità verso destra
$a<0$	$\longrightarrow$	concavità verso sinistra

Definizione del delta: $\Delta = b^2 - 4ac$

Coordinate del vertice V: $\begin{cases} x_V = -\dfrac{\Delta}{4a} \\ y_V = -\dfrac{b}{2a} \end{cases}$

Coordinate del fuoco F: $\begin{cases} x_F = \dfrac{1-\Delta}{4a} \\ y_F = -\dfrac{b}{2a} \end{cases}$

Equazione dell'asse di simmetria: $y = -\dfrac{b}{2a}$

Equazione della direttrice: $x = -\dfrac{1+\Delta}{4a}$

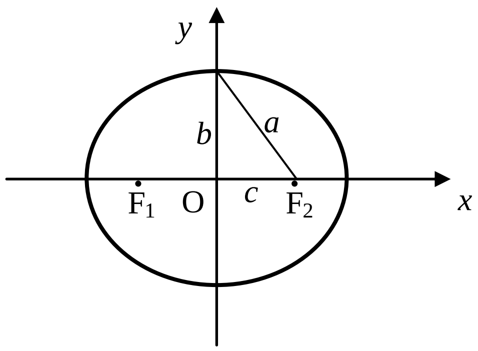
Ellissi

Equazione generale: $mx^2 + ny^2 + px + qy + r = 0$ m,n concordi

Equazione canonica: $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

Valgono: $m = b^2$, $n = a^2$, $p = -2x_0b^2$, $q = -2y_0a^2$, $r = b^2{x_0}^2 + a^2{y_0}^2 - a^2b^2$

Coordinate del centro O: $\begin{cases} x_0 = -\frac{p}{2b^2} \\ y_0 = -\frac{q}{2a^2} \end{cases}$



Se ellisse riferita al centro O(0,0) degli assi: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Lunghezza asse maggiore: $L = 2a$
Lunghezza asse minore: $l = 2b$
Distanza tra i fuochi: $d = 2c$

$c^2 = a^2 - b^2$

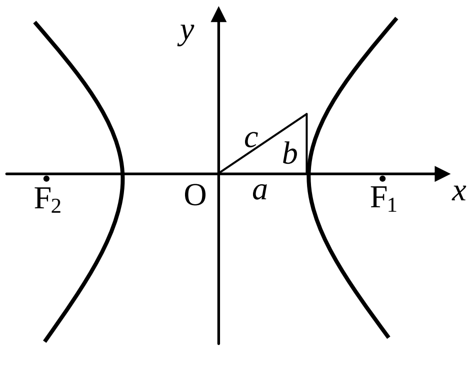
Retta tangente in P(x_P,y_P): $\frac{x_P x}{a^2} + \frac{y_P y}{b^2} = 1$

Eccentricità: $e = \frac{c}{a}$ Se e=0 $\longrightarrow$ degenerazione in circonferenza

Iperboli

Equazione generale: $mx^2 + ny^2 + px + qy + r = 0$ m,n discordi

Equazione canonica: $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$



Valgono: $m = b^2$, $n = a^2$

Coordinate del centro: $\begin{cases} x_0 = -\frac{p}{2b^2} \\ y_0 = -\frac{q}{2a^2} \end{cases}$

Se iperbole riferita al centro O(0,0) degli assi: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Distanza tra i fuochi: $d = 2c$ $\longrightarrow$ $c^2 = a^2 + b^2$

Asintoti: $y = \pm\frac{b}{a}x$

Eccentricità: $e = \frac{c}{a}$ Se e=1 $\longrightarrow$ degenerazione in retta

Iperbole equilatera: $k = \frac{a^2}{2}$ $\longrightarrow$ $y = \frac{k}{x}$